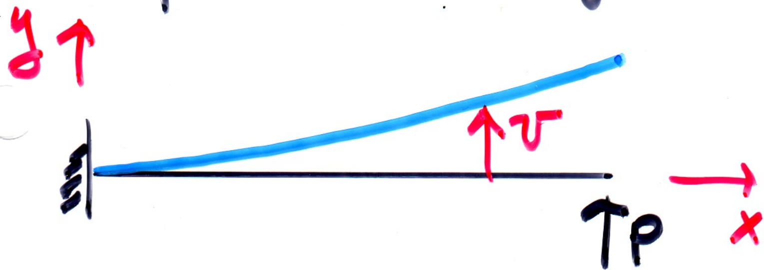
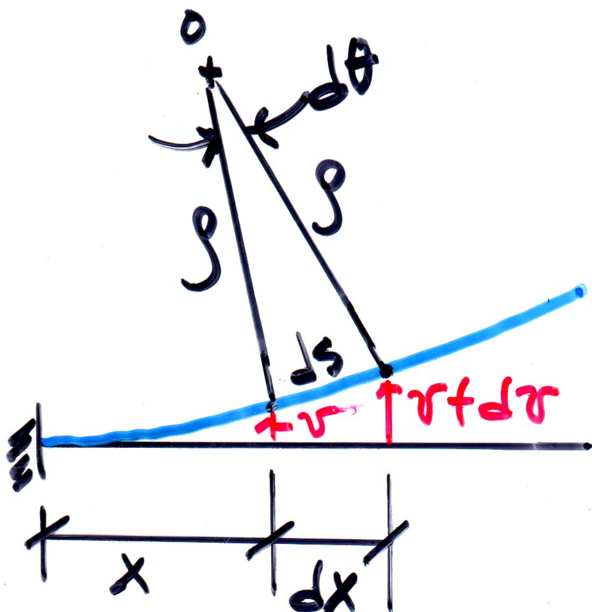
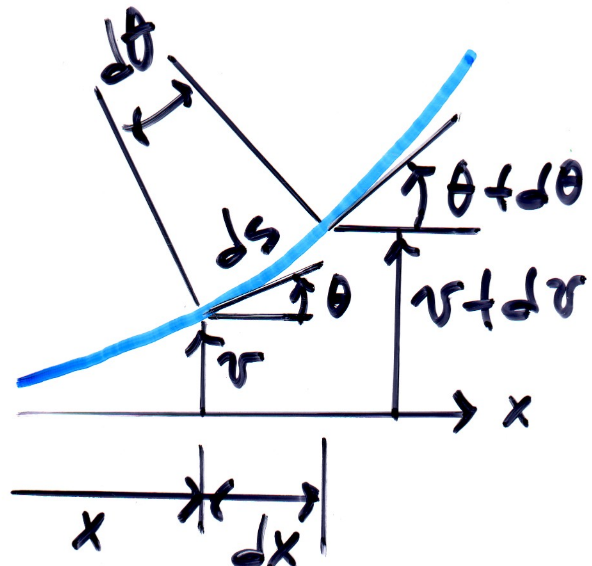
Deflexiones en Vigas



v: deflexión





$$\rho \, d\theta = ds \quad (\approx dx) \Rightarrow \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx}$$

$$\tan\theta = \frac{dv}{dx} \sim \tan\theta \cong \theta \quad \text{[teoría de def. pequeñas]}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{dv}{dx}$$

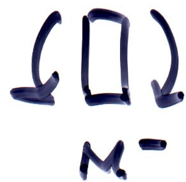
$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2} \Rightarrow \kappa = \frac{1}{\rho} = \frac{d^2v}{dx^2} \quad (M/EI)$$

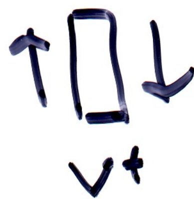
$$\Rightarrow \boxed{\frac{M}{EI} = \frac{d^2v}{dx^2}}$$

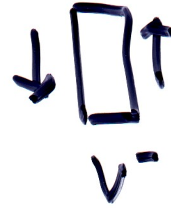
Ecuación Diferencial de la Curva Elástica.

Convención de signos:













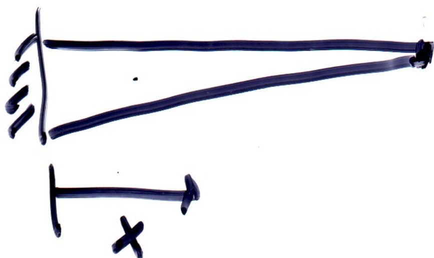
Aplicando equilibrio: $\frac{dV}{dx} = -q$; $\frac{dM}{dx} = V$

Diferenciando la Ecuación Diferencial de la curva Elastica:

$$\frac{V}{EI} = \frac{d^3 v}{dx^3} \quad ; \quad -\frac{q}{EI} = \frac{d^4 v}{dx^4}$$

En Resumen: $M = EI v''$; $V = EI v'''$; $-q = EI v^{IV}$

<u>Para vigas no prismáticas:</u> I_x es variable

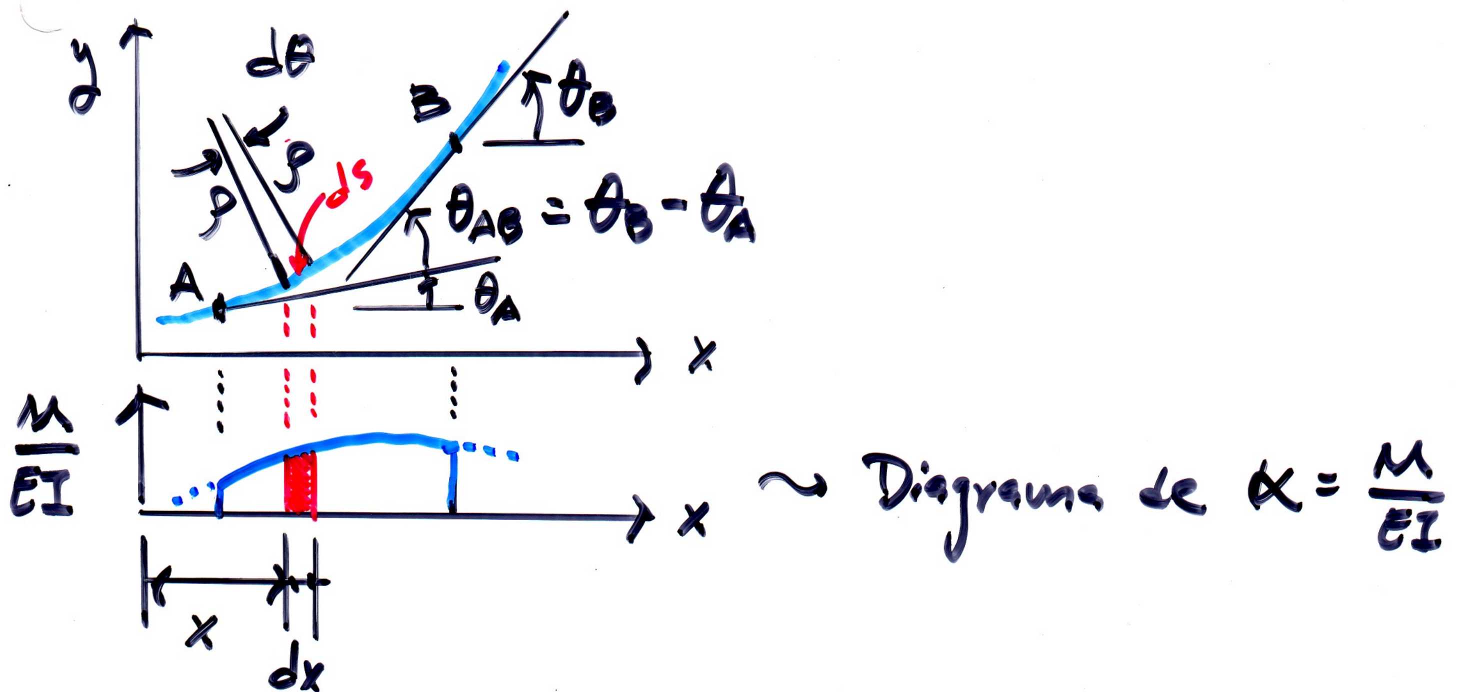


$$EI_x \frac{d^2 v}{dx^2} = M$$

$$\frac{d}{dx}\left(EI_x \frac{d^2 v}{dx^2}\right) = \frac{dM}{dx} = V$$

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(EI_x \frac{d^2 v}{dx^2}\right) = \frac{dV}{dx} = -q$$

Método de Area-Momento



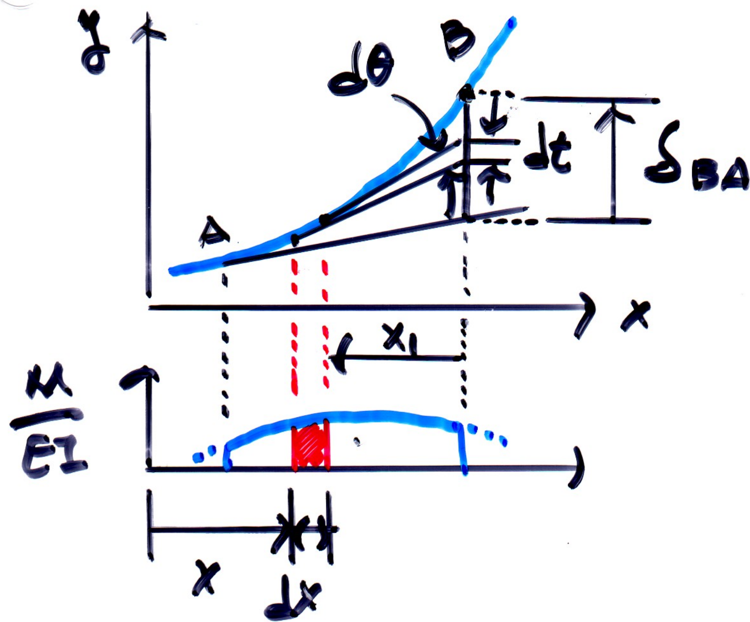
$\sim$ Diagrama de $\alpha = \dfrac{M}{EI}$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI} \Rightarrow \int_A^B d\theta = \int_A^B \frac{M}{EI}\,dx \Rightarrow \boxed{\theta_{AB} = \int_A^B \frac{M}{EI}\,dx}$$

Primer Teorema de Area-Momento:

La Rotación entre dos tangentes a la curva elástica en los puntos A y B es igual al area del diagrama de curvatura (M/EI) entre dichos puntos.

Segundo Teorema:



$\frac{M}{EI}dx$

Por Geometría: $dt = x_1 d\theta \Rightarrow \int_A^B dt = \int_A^B x_1 \frac{M}{EI} dx$

$$\Rightarrow \boxed{\delta_{BA} = \int_A^B x_1 \frac{M}{EI} dx}$$

Segundo Teorema de Area-Momento:

El desplazamiento de un punto B en la curva elástica medido desde una tangente trazada en un punto A es igual al primer momento del diagrama de curvatura (M/EI) con respecto al punto B.